DOI 10.36446/af.e1125

EL ARGUMENTO COSMOLÓGICO KALAM Y EL INFINITO ACTUAL: ¿ES UN PASADO INFINITO IMPOSIBLE?

The Kalam Cosmological Argument and the Actual Infinity: Is an Infinite Past Impossible?

Daniel Molina Torres [a]
https://orcid.org/0009-0001-7729-9640
100194300@cientifica.edu.pe

[a] Universidad Científica del Sur, Lima, Perú.

Resumen

Dentro de la variedad de argumentos cosmológicos, el más popular es el argumento cosmológico Kalam, el cual pretende demostrar una causa del comienzo del universo (esta causa, luego de diversos razonamientos, buscará ser identificada con Dios). La particularidad del Kalam en contraste a otros argumentos cosmológicos, es que este depende en sus premisas de la finitud del pasado, cuestión que ha sido defendida filosóficamente al ofrecer demostraciones a priori de la imposibilidad de un pasado infinito, particularmente: (i) la imposibilidad de un infinito actual, y (ii) la imposibilidad de formar un infinito actual mediante sucesión aditiva. Examinaré estos argumentos y mostraré que no son convincentes.

Palabras clave: Dios; Argumentos cosmológicos; Kalam; W. L. Craig; Infinito.

Abstract

Among the variety of cosmological arguments, the most popular is the Kalam cosmological argument, which aims to demonstrate a cause for the beginning of the universe (this cause after various reasonings, will seek to be identified with God). The peculiarity of the Kalam in contrast to other cosmological arguments, is that it depends in its premises on the finitude of the past, an issue that has been defended philosophically by offering *a priori* demonstrations of the impossibility of an infinite past, particularly: (i) the impossibility of a actual infinite, and (ii) the impossibility of forming an actual infinite by succesive addition. I will examine these arguments and show that they are unconvincing.

Key-words: God; Cosmological Arguments; Kalam; W. L. Craig; Infinity.

1. Introducción

El debate en torno la existencia o inexistencia de Dios ha sido de particular interés durante la historia de la filosofía. La clasificación kantiana tradicional de los argumentos a favor de la existencia de Dios los divide en tres categorías: ontológicos, teleológicos y cosmológicos (Fugate, 2021), siendo estos últimos a su vez divididos en tres subcategorías: tomistas, de contingencia y Kalam (Almeida, 2018). El *argumento cosmológico Kalam* (ACK) se distingue de los otros por su pretensión: este tipo de argumento cosmológico busca demostrar que hay un comienzo del universo. El Kalam es particularmente popular en la tradición analítica, contando con diversas formulaciones[1]. Aun así, la formulación más popular se representa mediante el siguiente *modus ponens*:

> P1. Todo lo que comienza a existir tiene una causa.
> P2. El universo comenzó a existir.
> C. El universo tiene una causa (Craig & Sinclair, 2009 p. 111).

siendo esta la primera instancia del argumento. La segunda instancia, luego de probada la existencia de una causa del universo, consiste en deducir que dicha causa es Dios[2]. El argumento es lógicamente válido; por lo tanto, si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es. Es posible discutir P1[3], pero en este escrito me centraré en P2, y particularmente en un aspecto sumamente relevante de dicha premisa: los argumentos filosóficos en su favor. Esta premisa depende de que no exista una regresión temporal infinita (RTI). Entiéndase RTI como:

> Regresión temporal infinita (RTI): Para cada evento temporal y, siempre hay un evento temporal x, en donde y > x.

Sin formalismos, esto denota que, para cada evento, siempre habrá un evento anterior a dicho evento, garantizando que jamás tendremos un primer evento (porque para cada evento arbitrario, siempre hay uno anterior). Si el pasado fuera infinitamente extenso, no habría un evento temporal inicial y, por lo tanto, podríamos retroceder indefinidamente sin encontrar un comienzo, lo que mostraría la falsedad de que el universo comenzó a existir en algún momento. Dicho esto, se hace notar lo importante que es para el argumento descartar cualquier clase de RTI.

Hay argumentos empíricos en contra de RTI, generalmente de carácter científico, tales como los detallados en Craig y Sinclair (2009, pp.

[1] Véase Hackett (1957), Loke (2017) y Pruss (2018).

[2] Por ejemplo, se pueden deducir conceptualmente propiedades como la inmaterialidad, la no espacialidad, la no temporalidad, el enorme poder y el libre albedrío (Craig & Sinclair, 2009, pp. 191-194). Otra estrategia es inferir dichas propiedades mediante argumentos supletorios, como el argumento del ajuste fino (Collins, 2009).

[3] Véase Morriston (2003) y Leon (2024).

125-191). No obstante, no hay un consenso respecto a esta cuestión, ni sobre si la realidad física en su totalidad tiene un comienzo dada la evidencia científica actual, y tampoco sobre si nuestras mejores teorías cosmológicas contemporáneas apuntan a tal conclusión (Leon, 2019, pp. 288-290).

No en balde, y aunque el panorama científico no es particularmente favorable a dar una respuesta a esta cuestión (actualmente), los proponentes del Kalam han desarrollado argumentos de carácter puramente filosófico para favorecer dicha premisa, pretendiendo descartar la mera posibilidad de RTI mediante el uso de la razón, dando vías de sustento de P2 independientemente de lo que el consenso científico apunte. En este escrito analizaré los dos argumentos principalmente discutidos en la literatura del Kalam en defensa de P2, y mostraré que ninguno es satisfactorio.

En la sección 2 expondré y criticaré los argumentos más famosos en contra de RTI. Primero, en 2.1 expondré el argumento basado en la imposibilidad de un infinito actual real. Segundo, en 2.2 expondré el argumento de la sucesión aditiva. Tercero, en 2.3 abordaré el argumento del contador inmortal, argumento íntimamente ligado con el argumento de la sucesión aditiva abordado en 2.2. Luego de la argumentación respectiva en cada sección, evidenciaré que ninguno de estos argumentos es exitoso. Finalmente, en la sección 3 daré las conclusiones finales.

2. Contra las regresiones temporales infinitas: análisis critico

2.1. La imposibilidad de infinitos actuales

La estrategia más común en sustento de P2 y en contra de RTI es argumentar en contra de la posibilidad de un infinito actual. Este estilo de argumento se suele formalizar de la siguiente manera:

P.2.1. Un infinito actual no puede existir
P.2.2. Un pasado infinito es un infinito actual
C. Un pasado infinito no puede existir (Craig & Sinclair, 2009, p. 103).[4]

[4] En otras ocasiones se ha formulado P.2.1 como: “Un infinito actual de cosas no puede existir” (Craig, 2008, p. 116). Sin embargo, como Hedrick (2014, p. 33) ha señalado, es dudoso que los eventos temporales sean cosas. Por ejemplo, un universo en el que hayan pasado, digamos, 30 días, y en el que haya solo una pelota roja, presumiblemente solo tendrá como cosas existentes la pelota roja, y quizás la propiedad de la rojez de la pelota, pero nadie pensaría que tenemos otras 30 cosas más además de la pelota (los días). Por eso, se trabajará con la versión propuesta.

Para analizar el argumento de manera correcta, sería conveniente clarificar qué se entiende por un infinito actual. Un infinito actual refiere a un conjunto que posee más miembros que cualquier número natural. Craig escribe así:

> Un infinito actual es una colección de miembros definidos y discretos cuyo número es mayor que cualquier número natural 0, 1, 2, 3... Este tipo de infinito se utiliza en la teoría de conjuntos para designar conjuntos que tienen un número infinito de miembros, como {0, 1, 2, 3...}. El símbolo para este tipo de infinito es la letra hebrea aleph: $\aleph_0$. (Craig, 2008, p. 116).

Para este contexto, cualquier conjunto instanciado en la realidad que posea como número cardinal a $\aleph_0$ es considerado un infinito actual[5]. Un pasado infinito sería, dada esa definición, un infinito actual, al ser un conjunto con más miembros (en este caso, los eventos) que cualquier número natural particular, siendo así $\aleph_0$. Esto, en principio, aseguraría P.2.2, pero, ¿qué hay de P.2.1? ¿Por qué no podría existir un infinito actual en la realidad? La ruta más común es mostrar los absurdos metafísicos a los cuales nos veríamos enfrentados si un infinito actual se instanciara en la realidad, destacando así el argumento del Hotel de Hilbert (HH)[6].

Reconstruiré el argumento[7]. Consideremos el siguiente escenario. Imaginemos un hotel con una cantidad infinita de habitaciones y de huéspedes. No solo veamos este hotel como una posibilidad teórica; imaginemos que dicho hotel realmente existe. Lo que se afirma es que de aquí se desprenden al menos tres problemas.

2.1.1. Recombinaciones metafísicamente imposibles

Un hotel de dichas características estaría lleno, con infinitas habitaciones que se corresponden con infinitos huéspedes. Supongamos que

[5] Durante el texto se trabajará con la notación $\aleph_0$; nótese el subíndice 0, el cual representa la cardinalidad del conjunto de los números naturales. Cuando se haga referencia al infinito representado con dicho cardinal dentro del texto, siempre se estará denotando ese conjunto. Agradezco al revisor anónimo que sugirió hacer explícito este punto para evitar posibles confusiones.

[6] Si uno revisa en la literatura filosófica sobre el sustento de P.2.1, se puede encontrar también el argumento del librero de Craig (Craig, 1979). Sin embargo, estos argumentos proceden apelando a las mismas consideraciones. Por simplicidad solo consideraré al HH, siendo que habiendo analizado el anterior uno puede extrapolar los mismos apuntes al librero de Craig.

[7] La reconstrucción del argumento está basada en Craig y Sinclair (2009, pp. 103-117).

queremos introducir a un nuevo huésped en dicho hotel. Usualmente entendemos que no podemos introducir nuevos huéspedes en un hotel que está lleno, pero recordemos que este es un hotel infinito: podríamos hacer espacio para uno más simplemente moviendo al huésped de la habitación #1 a la habitación #2, el de la habitación #2 a la #3, el de la #3 a la #4, y así *ad infinitum*. De esta forma, liberamos la habitación #1 y podemos introducir a un nuevo huésped a un hotel que estaba lleno.

Podríamos hacer el escenario anterior aún más extremo. Podríamos albergar una cantidad infinita de huéspedes adicionales en el hotel sin vacantes. Para lograr esto, bastaría con mover a los huéspedes de la habitación #1 a la #2, el de la #2 a la #4, el de la #3 a la #6, y así infinitamente. Cada número natural n sería multiplicado por 2, y dado que cada número natural $2n$ siempre tiene un resultado par, cada huésped sería trasladado a una habitación par, resultando en que todas las habitaciones impares quedarían libres. De esta manera, podríamos ingresar una infinita cantidad de huéspedes adicionales en las habitaciones impares libres. Otra cosa a notar es que, incluso después de haber retirado una cantidad infinita de huéspedes, el hotel no tiene menos miembros que antes. Tanto antes de que abandonaran infinitos huéspedes como después, sigue habiendo la misma cantidad de huéspedes: infinitos.

Estos resultados no son lógicamente imposibles, cosa que Craig y Sinclair conceden:

> [...] cuando se alega que un infinito actual "no puede" existir, la modalidad en disputa no es la posibilidad lógica estricta [...] Más bien, lo que está en cuestión aquí es la llamada posibilidad metafísica, que tiene que ver con que algo sea realizable o actualizable [...] (Craig & Sinclair, 2009, p. 105).

Aun así, aunque se acepte la consistencia lógica del escenario, se nos intenta persuadir de que existe una imposibilidad metafísica. De la misma forma en que la proposición "los números primos pueden producir primeros ministros" no entraña una inconsistencia lógica, entendemos que simplemente no hay un mundo posible donde dicha proposición se instancie como verdadera. De manera similar, incluso cediendo que un HH no es contradictorio, podría considerarse metafísicamente imposible; la simple reflexión sobre tal escenario nos indica que no hay un mundo posible en el que tal cosa ocurra (o, al menos, eso es lo que argumenta el proponente del HH contra una RTI).

2.1.1.1. Réplica #1: Generalización apresurada

En la sección 2.1 expuse el problema de las recombinaciones metafísicamente absurdas. Asumamos que tales escenarios realmente son absurdos y que esto hace al HH metafísicamente imposible. Pese a esto, aún queda una cuestión pendiente: ¿son estos absurdos originados *por el infinito actual*, o se deben a *otros factores*? Imaginemos el siguiente caso:

> Hotel de Hilbert Estático (HHE): Un Hotel infinito con infinitos huéspedes e infinitas habitaciones que los contienen, no obstante, cada huésped está fijo en las habitaciones y es imposible moverlos de un lugar hacia otro, no pudiendo tampoco ingresar ni salir nadie del hotel.

HHE posee la particularidad de ser un infinito actual, sin embargo, HHE es estático y podemos asumir que es imposible (por *reductio*) desplazar a los huéspedes de habitaciones como en la historia original. Aquí se debe notar que no hay ningún absurdo, incluso siendo este un infinito actual. El mero hecho de que un HH como es originalmente formulado sea un infinito actual absurdo, no implica que todos los infinitos actuales sean absurdos, eso sería una generalización apresurada, y HHE lo demuestra.

El absurdo emerge del HH no porque estemos frente a un infinito actual, sino porque podemos recombinar a los elementos constitutivos de dicho infinito actual de maneras tales que nos conducen a escenarios absurdos, como mover a los huéspedes de sus habitaciones, dejar entrar o salir infinitos huéspedes, etc. Sin embargo, si queremos generalizar tales conclusiones a *todos* los infinitos actuales, enfrentamos un problema, ya que no todos los infinitos actuales tienen que ser recombinables. Más aún, y de forma más relevante para este punto, los eventos temporales no son recombinables[8]. Cada evento temporal pasado está localizado, por así decirlo, en un tiempo específico anterior al actual, y no es posible hacer nada al respecto. Este punto lo ha considerado Morriston cuando señala:

> Lo que es más importante para nuestros propósitos es que los acontecimientos pasados no son movibles. A diferencia de los huéspedes de un hotel, que pueden abandonar sus habitaciones, los acontecimientos

[8] Otro caso tentativo podría venir desde el *realismo matemático*, postura filosófica según la cual los conjuntos numéricos *existen* realmente, pero estos no son manipulables o recombinables, caso discutido en Morriston (2013, pp. 22-26). Con esto no se está *afirmando* la veracidad del realismo matemático, simplemente se está mostrando cómo luciría otro caso de un infinito actual que no posea los absurdos alegados.

> pasados son absolutamente inseparables de sus respectivas ubicaciones temporales. Una vez que un acontecimiento ha ocurrido en un momento determinado, no se puede "trasladar" a otro momento. La firma de la Declaración de Independencia, por ejemplo, no se puede "trasladar" del 4 de julio de 1776. Por supuesto, el tiempo siguió pasando y se añadieron (y siguen añadiéndose) nuevos acontecimientos a los que ya habían ocurrido cuando se completó la firma de la Declaración. Pero eso no es más absurdo que hacer espacio para nuevos huéspedes construyendo nuevas habitaciones (Morriston, 2013, p. 23).

Podemos representar esta objeción sosteniendo este principio, el cual parece ser sumamente intuitivo:

> Principio del Pasado Fijo (PPP): Necesariamente, cada evento temporal pasado x está fijado en una locación temporal (o espaciotemporal) t de la cual no puede ser trasladado.

PPP parece ser verdadero; después de todo, no parece tener sentido que el descubrimiento de América pueda ser trasladado al tiempo en el que se celebró el Superbowl XLVI (y viceversa). PPP no debe interpretarse como la visión de que los eventos temporales no pudieron haber sucedido en otro momento diferente al actual, sino que implica que, cuando un evento ocurre en un tiempo determinado, dicho evento está fijado en ese tiempo[9].

Por lo tanto, incluso aceptando que hay conclusiones metafísicamente absurdas, esto no nos obliga a generalizar tales conclusiones a todos los infinitos actuales, sino solo a aquellos que pueden ser recombinados o manipulados, lo que deja afuera al tiempo dentro del rango de infinitos no afectados por estas conclusiones[10].

Craig anticipa esta respuesta señalando que:

> Supongamos que el Hotel de Hilbert es un hotel en el que, por ejemplo, todas las habitaciones están cerradas con llave para que la gente no

[9] Ya sea porque se sostiene una visión relacional del tiempo (Morriston, 2013, pp. 23-24), o por algún otro hecho. Esto se vería reforzado dado el presentismo, ontología del tiempo desde la cual los eventos pasados y futuros no existen, y la cual se presupone desde el ACK (Craig & Sinclair, 2009 183-184). Además, uno puede señalar que PPP es la visión de sentido común, y está en el contrario en presentar razones convincentes para rechazarlo.

[10] Un punto similar señala Oppy (2006, p. 52): "[...] la mera aceptación de la posibilidad de un hotel con infinitas habitaciones no nos compromete a aceptar la posibilidad de manipular todas las infinitas habitaciones en una cantidad finita de tiempo".

> pueda salir de ellas [...] todavía se puede imaginar cómo sería para una persona en la habitación 1 estar en la habitación 2, y la persona en la habitación 2 podría estar en la habitación 4, y se generarían los mismos absurdos. No es necesario pasar por la molestia de mover físicamente a las personas (Craig, 2009).

Esta respuesta no es satisfactoria. No se está señalando que el HH deba ser necesariamente un caso de un infinito no recombinable (no se requiere que HHE sea metafísicamente necesario). Lo único que se requiere, es que *existan algunos casos* de infinitos actuales no recombinables o reorganizables a los que los absurdos no se les pueda aplicar, y que los eventos pasados sean parte de estos casos de infinitos actuales no recombinables (y esto se asegura sosteniendo PPP).

Una respuesta más prometedora al problema de la generalización apresurada ha sido brindada por Loke (2014). Loke nos hace considerar el siguiente escenario:

> Supongamos que así es como se construye el Hotel de Hilbert: existe un "constructor de habitaciones de hotel" que ha estado construyendo habitaciones de hotel a intervalos de tiempo regulares desde el comienzo de los tiempos [...] ahora bien, si el mundo real es uno en el que el universo es infinito hacia el pasado, entonces habría habido un número infinito real de intervalos de tiempo, y un número infinito real de habitaciones de hotel y clientes ocupando las habitaciones. En otras palabras, si el mundo real fuera uno en el que el universo es pasado-eterno, entonces podría haber un mundo en el que se han actualizado un número infinito real de cosas (Loke, 2014, p. 49).

Lo que Loke trata de argüir es que, si un pasado infinito fuera posible, también sería posible que en un pasado infinito exista un "constructor de habitaciones" que haya estado construyendo habitaciones durante toda la eternidad pasada (digamos, una por día). Si ese fuera el caso, actualmente habría completado la construcción de un HH con infinitos huéspedes. Se concluye que, si el pasado pudiera ser infinito, entonces un pasado infinito implicaría que un HH sería posible (con todos los absurdos metafísicos que esto implica). Dado que un HH no es posible (o eso asumimos), si RTI implica su posibilidad, esto haría que RTI sea imposible. La inferencia sería la siguiente:

> P1. Si un pasado infinito es posible, entonces un Hotel de Hilbert es posible.

P2. Un Hotel de Hilbert no es posible.
C. Por lo tanto, un pasado infinito no es posible.

Este argumento tampoco es convincente. Debe notarse que el razonamiento para sustentar P1 se basa en la idea de que parece posible que un constructor de habitaciones construya una habitación *cada día* del pasado infinito, y, por lo tanto, inferimos que podría haberlo hecho en *todos* los días del pasado infinito. Pero esto es falaz. Considérese la siguiente inferencia para ilustrar el punto:

P1. Javier puede hospedarse en cada habitación del Hotel de Hilbert.
C. Por lo tanto, Javier puede hospedarse en todas las habitaciones del Hotel de Hilbert.

Esta inferencia es inválida y es conocida como una *falacia de alcance modal* [*modal-scope-fallacy*]. La inferencia es falaz porque el hecho de que *cada habitación* sea susceptible de ser ocupada por Javier no implica que *todas las habitaciones* puedan ser ocupadas por él. De P1 solo se infiere que no hay ninguna habitación en la que Javier no pueda estar, no que Javier pueda estar en todas las habitaciones. De manera similar, el hecho de que un constructor de habitaciones pueda construir una habitación cada día en el pasado no implica que pueda hacerlo en todos los días del pasado.

Esto es importante para el proponente del ACK. Si no se reconociera tal inferencia como inválida, se podría probar la inexistencia de Dios. Como Cohen (2015, p. 293) señala, no es necesario que haya un constructor de hoteles que haya estado construyendo toda la eternidad pasada, como pretende Loke. Podríamos simplemente considerar el siguiente escenario: parece que, si Dios es omnipotente, podría construir cada habitación de un hotel infinito; él seguramente podría crear una habitación de hotel, o dos, o tres, y así sucesivamente. Entonces, supongamos que un día Dios decide chasquear los dedos y, usando su omnipotencia, decreta que haya un HH aquí y ahora. En este caso, Dios podría crear un infinito actual usando su omnipotencia en un tiempo finito, y así se probaría que la existencia de un Dios omnipotente implicaría la posibilidad de un infinito actual real, independientemente de la finitud o infinitud del pasado. Se podría formular el siguiente argumento:

P1*. Si un dios omnipotente es posible, entonces un Hotel de Hilbert es posible.
P2*. Un Hotel de Hilbert no es posible.
C*. Un dios omnipotente no es posible.

Sin embargo, P1* también es falaz, y lo es por el mismo motivo que el razonamiento de Loke: del hecho de que Dios pueda construir cada habitación numerada con cada número natural, no se infiere que pueda construir una habitación numerada con todos los números naturales. Considérense estas dos fórmulas:

Formula A: $\forall n \Diamond$ (Dios pueda hacer n habitaciones de hotel)
Formula B: $\Diamond \forall n$ (Dios puede hacer n habitaciones de hotel)

Fórmula (A) señala que Dios puede hacer una habitación de hotel para cada número natural n. Fórmula (B) señala que Dios puede hacer una habitación para todos los números naturales n. Aunque la fórmula (A) es verdadera, del mero hecho de que Dios pueda hacer una habitación para cada número natural no se puede inferir que pueda hacer una habitación para todos los números naturales. Para escapar de esta problemática, uno podría querer restringir la omnipotencia divina y argumentar que Dios no puede hacer cosas metafísicamente imposibles, lo que evitaría que P1* sea verdadero. En cambio, uno podría sugerir que nada impide que un constructor, a través de un proceso, construya un HH, garantizando P1. Sin embargo, se debe señalar que también hay una restricción metafísica que impide que el escenario del proceso de construcción durante todo el pasado infinito sea posible, de la misma manera que la hay en el caso de la omnipotencia divina.

Supongamos que el constructor, en un momento $t - 1$, coloca una habitación de hotel, y en $t - 0$ ya hay un HH; si esto es así, se deduce que en $t - 1$ ya había un HH infinito, así como también en $t - 2$, $t - 3$, etc. Esto se debe a que no hay forma de transformar un hotel finito en un hotel infinito solo agregando una habitación más. Durante todo el proceso, el constructor no habría ido progresivamente creando un HH hasta llegar al día de hoy; todo lo que habría estado haciendo sería construir más y más habitaciones para un HH ya existente. Pero esto es lo que impide que dicho escenario se instancie en la realidad: estamos asumiendo que un HH es imposible, y este escenario parte de la premisa de que dicho hotel existe en todo momento, creciendo en número de habitaciones conforme pasa el tiempo y el constructor las añade, pero siendo infinito en todo momento. Así lo expresan Malpass y Morriston:

> Por lo tanto, si hay un HH presente ahora, entonces en cada momento anterior, siempre que Dios estaba añadiendo habitaciones de hotel, las estaba añadiendo a un HH. Pero añadir una habitación a un HH es metafísicamente imposible, ¡justo porque la existencia de un HH es metafísicamente imposible! En general, de $\sim\Diamond$p y q, se sigue que $\sim\Diamond$ (p y

> q). Por lo tanto, la presuposición errónea en la respuesta de Loke aquí es que siempre necesitamos apelar a condiciones posteriores para descartar los eventos anteriores en este escenario; si hay un HH en cualquier momento, entonces cada evento anterior de construcción de habitaciones está co-presente con un HH (Malpass & Morriston, 2020, pp. 18-19).

De esta forma la objeción de Loke al problema de la generalización apresurada es insatisfactoria.

2.1.1.2. Réplica #2: Sin intuición de absurdo, no hay argumento

La discusión de 2.1.1.1 asume que el HH es metafísicamente imposible debido a lo absurdo del escenario. Aun así, esta asunción depende de que realmente se tenga la intuición de absurdo; de no tenerla, uno simplemente podría aceptar estos escenarios sin considerarlos metafísicamente imposibles. Mucho énfasis en lo que se señala. No se está sugiriendo que uno pueda aceptar los escenarios *incluso viéndolos absurdos*. Lo que se señala es que uno puede aceptar estos escenarios *porque no se los encuentra absurdos*.

Por ejemplo, consideremos el hecho de acomodar a un nuevo huésped, o a infinitos huéspedes, moviéndolos de sus ubicaciones espaciales. En nuestra experiencia cotidiana, esto nos resulta imposible debido a que los hoteles tienen confines espaciales limitados que imposibilitan que los huéspedes siempre encuentren un lugar adónde ir (las paredes y límites de un hotel sirven como restricción de movimiento). Sin embargo, uno podría no encontrar nada absurdo en que esto sí sea posible para un hotel que no posee confines espaciales, en el que no hay restricciones de movimiento para los huéspedes y siempre habrá espacio adonde ir para cada uno de ellos. Si uno, prima facie, no tiene problemas con tales resultados (porque no los ve absurdos), no hay razón para considerar esto como imposible en ausencia de razones ulteriores. Uno podría simplemente considerar que es intuitivo pensar que los hoteles infinitos deberían diferir en estos aspectos con respecto a los hoteles finitos. Como Morriston señala: "Yo mismo me inclino a estar de acuerdo con aquellos que dicen que las propiedades de lo infinito son simplemente diferentes de las de lo finito, y que es un error suponer que lo que es cierto de una colección finita debe ser cierto de cualquier colección" (2010, p. 44).

Otros aparentes absurdos están relacionados con ciertos detalles también vinculados al hotel. Por ejemplo, el hecho de que el hotel esté lleno, y aun así pueda albergar una cantidad infinita de nuevos huéspedes. Sin embargo, hay dos sentidos en los que la palabra "lleno" puede ser entendida:

> Lleno$_1$: El hotel está lleno si no se pueden agregar huéspedes en las habitaciones
> Lleno$_2$: El hotel está lleno si todas las habitaciones están ocupadas

En el sentido lleno$_1$ el HH no está lleno, mientras que en el sentido lleno$_2$ lo está. Claramente, en contextos finitos siempre que un hotel está lleno$_2$ entonces también está lleno$_1$. Sin embargo, esto se explica por los confines espaciales anteriormente señalados, los cuales impiden que un hotel con habitaciones ocupadas pueda desplazar a los huéspedes hacia la habitación siguiente *ad infinitum*, pero ya vimos que estos confines no restringen a un hotel infinito como HH. En dicho caso, uno podría aceptar que la experiencia de hoteles finitos no tiene por qué ser la misma si tuviésemos contacto con un hotel infinito.

También puede parecer sorprendente que, cuando infinitos huéspedes dejan el hotel, no haya menos huéspedes (ya que sigue habiendo infinitos huéspedes restantes). Sin embargo, hay dos sentidos distintos para la palabra “menos”:

> Menos$_1$: Hay huéspedes que estaban antes de la retirada, pero que no están después de la retirada.
> Menos$_2$: El cardinal de huéspedes es menor al que había previo a la retirada.

Mientras que en el sentido menos$_2$, es verdad que no hay menos huéspedes después de la retirada de infinitos huéspedes del HH, sí que en el sentido menos$_1$ es posible decir que hay menos huéspedes; después de todo, es verdad que, aunque el cardinal de huéspedes se mantiene en todo momento, aun así, hay huéspedes que no están después de la retirada que sí estaban en el HH antes de la retirada. Mientras que en contextos finitos esto es esperablemente falso, uno puede no encontrar razones por las que esto tenga que preservarse en conjuntos infinitos.

Si uno realiza tales precisiones técnicas y no encuentra problemáticos tales escenarios, y se acepta la experiencia con conjuntos finitos no tiene que verse replicada cuando se está en frente de un conjunto infinito en la realidad (porque difieren en aspectos relevantes entre sí), entonces el argumento pierde impacto contra alguien que sostenga RTI.

2.1.2. “Infinito menos infinito”: Operaciones contradictorias

Otro punto crítico con respecto a la posibilidad de un infinito actual como el descrito en el caso del HH, es que este nos abriría la posibilidad de realizar operaciones contradictorias en la realidad. El problema no sería ya solo una imposibilidad metafísica como en el punto anterior; ahora tendríamos inconsistencia lógica. Considérense las siguientes dos operaciones.

Primera operación: Sea el conjunto de todos los huéspedes, por simplicidad, el conjunto de todos los números naturales (*N*):

N: $\{1, 2, 3\ldots\}$

Sea el conjunto *P* un subconjunto de *N*, el cual representa a todos los huéspedes que yacen en las habitaciones pares:

P: $\{2\text{n}: \text{n} \in N\}$

Restemos ahora a todos los huéspedes de las habitaciones correspondidas con los números naturales a todos los huéspedes que yacen en las habitaciones pares. Realizando esta operación el resultado sería infinito:

$N - P = Q$

Donde *Q* es el conjunto de todos los números impares: {1, 3, 5…}, siendo a su vez un conjunto con infinitos miembros, es decir:

Q: $\aleph_0$

Dada esta conclusión, hemos sustraído una cantidad infinita (*P*) a otra cantidad infinita (*N*), y el resultado ha sido otra cantidad infinita (*Q*):

$\aleph_0 - \aleph_0 = \aleph_0$

Segunda operación: Pese a la conclusión anterior, considérese la siguiente operación. Sea *M* el conjunto de todos los huéspedes en las habitaciones correspondidas con números mayores a 3, es decir: {4, 5, 6…}:

M: $\{\text{n}: \text{n} \in N \wedge \text{n} > 3\}$

Siendo *M* otro conjunto infinito. Procedamos a restar *M* a *N*. Obtenemos el siguiente resultado:

$N - M = R$

Donde R es un conjunto con 3 miembros: {1, 2, 3}, es decir, un conjunto con finitos miembros. Ahora habríamos sustraído una cantidad infinita (M) a otra cantidad infinita (N), pero a diferencia de la operación anterior, hemos obtenido un resultado finito (R). Es decir:

$$\aleph_0 - \aleph_0 = 3$$

Hemos operado cantidades iguales en ambas operaciones, y aun así hemos obtenido resultados distintos. Dado que:

$$\aleph_0 - \aleph_0 = \aleph_0 - \aleph_0$$

Concluimos que $\aleph = 3$. Siendo esta conclusión claramente falsa. Mientras que no es posible realizar operaciones transfinitas inversas en aritmética debido a que esto concluye en contradicciones, no obstante, se señala que nada impediría que en un hotel infinito instanciado en la realidad se pudieran realizar dichas operaciones. Así escriben Craig y Sinclair:

> En la aritmética transfinita, las operaciones inversas de resta y división con cantidades infinitas están prohibidas porque conducen a contradicciones [...] Pero en la realidad ¡no se puede impedir que la gente se marche de un hotel si así lo desea! En este caso, se acaban dando situaciones lógicamente imposibles, tales como restar cantidades idénticas a cantidades idénticas y concluir resultados disimiles (Craig & Sinclair, 2009, pp. 111-112).

La posibilidad de un infinito actual, entonces, nos podría conducir a esta clase de escenarios contradictorios.

2.1.2.1. Réplica: Doing the maths!

Debe notarse que la sustracción de cantidades infinitas indeterminadas da como resultado cantidades que también son indeterminadas. Supongamos que solicito el resultado de la sustracción de una cantidad infinita de granos de arena de otra cantidad infinita de granos de arena. El resultado sería indeterminado, ya que no disponemos de la información necesaria para determinar tal respuesta[11] (después de todo, no es lo mismo restar todos los granos numerados con los números pares que con los números

[11] Este punto ha sido explicitado por Swingrover (2014, p. 12)

superiores a 3, cosa que el mismo argumento presupone para funcionar). Esto sería sorprendente en una sustracción común, dado que el único dato necesario para su realización es el cardinal de los conjuntos que estamos buscando operar. En este caso, en cambio, se delimitan los miembros de cada conjunto (digamos, los números naturales y los números pares) y se opera teniendo conocimiento de estos datos.

Dados estos hechos, lo que sugiero es que se está incurriendo en una confusión de operaciones realizadas. Se está confundiendo la *resta de cardinales* con el *complemento relativo de conjuntos*. Mientras que la primera consiste en la resta tradicional, la segunda implica la búsqueda de los miembros que posee un conjunto y que no posee el otro.

Esta diferencia no es trivial y puede conducir a resultados distintos dependiendo de la operación. Considérense estos conjuntos:

N^*: {1, 2, 3}
P^*: {2, 3, 4}

El cardinal de N* y P* es 3 para cada uno respectivamente. Operando una resta de cardinales obtendríamos como resultado:

$N^* - P^* = 0$

En cambio, un complemento relativo consistiría en crear un conjunto con los elementos que se encuentran en N* que no están contenidos en P^*. Representemos esta operación de la forma:

$N^* \setminus P^*$

En dicho caso, el resultado sería Q^*:

Q^*: {1}

Vemos cómo los resultados difieren dependiendo de la operación planteada, siendo 0 en la resta de cardinales, y 1 en el complemento relativo. Se debe precisar que en ciertas ocasiones la resta de cardinales y el complemento relativo pueden concluir resultados iguales. Considérense estos otros dos conjuntos:

N^{**}: {1, 2, 3}
P^{**}: {2, 3}

El resultado de la resta de cardinales y del complemento relativo será, en ambos casos: 1. Pero como se ha evidenciado no son la misma operación y tampoco determinan siempre los mismos resultados.

Las operaciones contradictorias son un complemento relativo; se determinan dos conjuntos (a saber, N y P), y, rastreando los elementos que se encuentran en N y no en P, se crea un nuevo conjunto definido (a saber, Q). Así ocurre con cada operación realizada con el infinito. Pero esto no es contradictorio en ningún aspecto. No se está restando cantidades iguales y llegando a resultados distintos; cada resultado dependerá de cómo se definan los conjuntos, y si estas definiciones previas a la conclusión varían, se vuelve algo completamente esperable que el conjunto definido a partir de tales antecedentes sea distinto en diferentes casos. Una contradicción se daría si, para dos conjuntos N y P, se tuviera que ($N\backslash P = Q$) y ($N\backslash P \neq Q$). Pero no es el caso y no hay contradicción alguna (como en principio se buscaba probar)[12].

2.1.3. Paradoja de Galileo

El punto crítico final con respecto a la ofensiva contra la existencia de infinitos actuales es la llamada *Paradoja de Galileo*. *Grosso modo* trata sobre el conflicto que hay entre ciertos principios plausibles y RTI. Considérense los siguientes dos principios, a los que podemos llamar Principio de Hume (PH) y Principio de Euclides (PE) por simplicidad:

(i) Principio de Hume (PH): Para dos conjuntos F y G, F y G poseen la misma cantidad de miembros, si y solo si, F y G son biyectivos (los miembros de F y G pueden ser correspondidos uno-a-uno).

(ii) Principio de Euclides (PE): Si un conjunto F posee un subconjunto G, entonces $G < F$ (G posee menos miembros que F).

Estos son principios aparentemente inocuos como para ser rechazados[13]. Sin embargo, tanto PH como PE son incompatibles con un infinito actual (IA):

[12] Otra estrategia para lidiar con este argumento la desarrolla Morriston (2002, p. 152). Uno podría simplemente negar que cuando uno recombina objetos en la realidad física (y no abstracta-matemática) realiza realmente restas, que esto es un error categorial y solo tiene sentido hablar de operaciones matemáticas en un contexto matemático. No desarrollaré esta cuestión en esta ocasión.

[13] O al menos esa es una afirmación que sugerirían los proponentes del HH en el contexto del ACK, cosa que puede ser cuestionable, pero la discusión siguiente no dependerá de eso.

(iii) Infinito Actual (IA): Un infinito actual existe

Para ver esto con más claridad, considérese el conjunto de todos los números naturales (*A*) y el conjunto de todos los números pares (*B*):

A: {1, 2, 3…}
B: {2, 4, 6…}

Ambos conjuntos son biyectivos, para cada número de cada conjunto hay otro número con el que se corresponde a este último. Esto es:

$(1 \leftrightarrow 2, 2 \leftrightarrow 4, 3 \leftrightarrow 6, 4 \leftrightarrow 8\ldots)$

Entonces, la conclusión (dado PH) debería ser que tanto *A* como *B* poseen la misma cantidad de miembros. Pero es a su vez verdad que todos los elementos de *A* son elementos de *B*, siendo cierto entonces que *B* es un subconjunto de *A*, por lo que (dado PE) debería ser el caso que $B < A$. Es así como un principio (PH) señalaría que *A* y *B* poseen la misma cantidad de miembros (debido a que son conjuntos biyectivos), y otro principio (PE) señalaría que *B* posee menos miembros que *A* (al ser *B* un subconjunto de *A*): $(B = A)$ y $(B < A)$.

Si PH y PE se sostienen, entonces, no pueden ser reconciliados con IA; si un infinito actual pudiera ser real, sus subconjuntos poseerían tantos miembros como el conjunto entero. ¿Qué se puede hacer ante este problema? Craig y Sinclair sugieren que, ante la plausibilidad de PH y PE, deberíamos rechazar IA: "¿Por qué no rechazar (iii) en lugar de (i) o (ii), que parecen inofensivos? Sin duda, carece de la inocuidad de esos principios, y renunciar a él nos permitiría afirmar tanto (i) como (ii)." (Craig & Sinclair, 2009, p. 111).

De esta forma, a través de (i)-(iii) se nos invitaría a descartar la posibilidad de un infinito actual real debido a los resultados metafísicamente absurdos, contradicciones y conflictos con principios inocuos y fundamentales a los que nos veríamos expuestos. Dado que RTI es un infinito actual, esto también sustentaría a P2 en el ACK.

2.1.3.1. Réplica: Revisando a Euclides

Para solucionar la incompatibilidad, uno no tiene que decidir abandonar completamente alguno de los axiomas. Uno simplemente puede reformular alguno de estos de una forma más inclusiva con los infinitos. Considero que esta reformulación de PE (llamémosle PER) es más plausible que la anterior, no padeciendo contraejemplos con conjuntos infinitos y tampoco es *ad hoc*:

> Principio de Euclides Revisado (PER): Para dos conjuntos G y F, $F < G$ (F posee menos miembros que G), si y solo si: (i) F es un subconjunto de G, y (ii) No es el caso que F y G sean biyectivos.

Este principio nos conduce a los mismos resultados que PE en casos de conjuntos finitos, debido a que, en contextos finitos, siempre que un conjunto F es subconjunto de G, entonces F y G no son biyectivos. Por lo tanto, PE y PER empiezan en igualdad en cuanto a su poder explicativo. No obstante, PER toma la delantera en este aspecto dado que puede abordar adecuadamente los conjuntos infinitos.

Mientras que, dado dos conjuntos infinitos F y G en los que F es subconjunto de G, es cierto que satisfacen la cláusula (i), aun así, no podemos decir que F posea menos miembros que G. Esto se debe a la cláusula (ii), ya que, incluso si F es un subconjunto infinito de G, F y G son biyectivos. PER es, entonces, un axioma compatible con IA y PH, demostrando que no es necesario prescindir de alguno de estos principios (no mientras haya revisiones plausibles disponibles).

2.2. El argumento de la sucesión aditiva

El otro argumento común en contra de RTI, y también independiente del anterior, es el argumento en contra de la posibilidad de formar un infinito actual mediante sucesión aditiva[14]. Entiéndase por sucesión aditiva:

> Sucesión aditiva (SA): Una serie X con elementos {x, y, z…} es formada por sucesión aditiva si es que los elementos {x}, {y}, {z}… son agregados uno tras otro conforme el tiempo transcurre.

Lo que busca probar el argumento, es que uno no puede formar un infinito mediante tal progresión. Piénsese en un conteo numérico, partiendo desde el 0 en adelante. La sucesión aditiva consistiría en contar un número tras otro a través del tiempo, en el orden: {0, 1, 2, 3...}. La pretensión del argumento es denotar que uno no puede realizar tal proceso y llegar a

[14] La reconstrucción del argumento está basada en Craig y Sinclair (2009, pp. 117-125). Otras discusiones en Oppy (2001), Puryear (2014), Loke (2017), Erasmus (2018), Oderberg (2002), Malpass (2022).

infinito. De manera más clara: no es posible contar {0, 1, 2, 3…}, y en algún momento arribar a un infinito actual. Craig (2013a) justifica esto cuando señala lo siguiente:

> La imposibilidad de la formación de un infinito actual por adición sucesiva parece obvia [...] Pues, dado cualquier número finito n, n+1 es siempre igual a un número finito. Por tanto, $\aleph_0$ no tiene predecesor inmediato; no es el fin de la serie de números naturales, sino que se encuentra, por así decirlo, fuera de ella y es el número de todos los miembros de la serie juntos. Por eso a veces se habla de la imposibilidad de contar hasta el infinito, pues no importa cuántos números se cuenten, siempre se puede contar un número más antes de llegar al infinito (Craig, 2013a, p. 11).

Mi diagnóstico particular es que, dada la justificación anterior, su conclusión de la imposibilidad de un infinito actual formado por sucesión aditiva se debe a las siguientes dos consideraciones:

(a) *Imposibilidad de transformación*: para cada conjunto finito X (digamos, canicas en una urna), es imposible convertir dicha cantidad finita en una cantidad infinita agregando más cantidades finitas a X (en este caso, no puedo convertir la pila finita de canicas en una pila infinita de canicas agregando cantidades finitas de canicas). Toda cantidad finita a la que le agregas otra cantidad finita da siempre un resultado finito (de la misma forma en que todo número natural finito sumado por otro número natural finito resulta siempre en un número natural finito).

(b) *Inexistencia de predecesor inmediato*: el proceso de sucesión aditiva consiste en agregar un sucesor inmediato a un antecesor, hacer esto de forma consecutiva y continua a través del tiempo. Si numeramos dichos ítems agregados por sucesión aditiva con números, jamás habrá un ítem agregado que sea el predecesor inmediato de infinito, es imposible emprender un conteo del tipo: {0, 1, 2, 3…} y en algún momento establecer el número inmediatamente anterior a infinito.

El criterio de la inexistencia de predecesor inmediato lo ha explicitado Malpass (2022) cuando escribe:

> La idea de Craig parece ser la siguiente: contar números es simplemente emprender el proceso de agregar el sucesor inmediato de cada número anteriormente agregado. Pero si esto es todo lo que uno hace, entonces nunca se encontraría diciendo “aleph-0” en voz alta. Esto se debe a que $\aleph_0$ no tiene un predecesor inmediato. En ese sentido, entonces, uno no puede “contar hasta infinito” (Malpass, 2022, p. 789).

Habiendo establecido la imposibilidad de formar un infinito actual mediante sucesión aditiva, el proponente de este argumento procedería a señalar que el pasado es una progresión de eventos formada mediante sucesión aditiva. Cada evento arbitrario en el pasado siempre se agrega después de otro evento anterior, de manera progresiva (un día sigue a otro, y este último a otro, y así sucesivamente). Si dicha sucesión hubiera sido infinita, tal como indica la RTI, entonces actualmente habríamos arribado a un número infinito de eventos mediante sucesión aditiva; habríamos formado un infinito actual mediante dicho proceso (lo cual es imposible). Craig y Sinclair (2009) señalan esto cuando escriben:

> El pasado no surgió de la nada en su totalidad, sino que se formó de manera secuencial, sucediéndose un acontecimiento tras otro. Nótese también que la dirección de esta formación es "hacia adelante", en el sentido de que el conjunto crece con el tiempo. Aunque a veces hablamos de una "regresión infinita" de acontecimientos, en realidad un pasado infinito sería un "progreso infinito" de acontecimientos sin principio y con su fin en el presente (Craig & Sinclair, 2009, p. 124).

Entendido el argumento y su justificación, el mismo se puede formalizar mediante el siguiente silogismo:

P.2.1. Una colección formada por sucesión aditiva no puede ser actualmente infinita.
P.2.2. La colección de eventos pasados temporales es una colección formada por sucesión aditiva.
C. La colección de eventos pasados temporales no puede ser actualmente infinita (Craig & Sinclair, 2009, p. 117).

2.2.1. Réplica: Non sequitur

A pesar de su plausibilidad inicial, el argumento de la sucesión aditiva padece de un problema crucial: comete un *non sequitur*. Considérese la siguiente serie de ítems discretos formado por SA:

A_1: {e1, e2, e3…}

Esta serie es una serie que *tiene un comienzo*, *pero no un final*, y uno puede convenir en que dicha serie no podrá nunca formar un infinito actual, y la razón parece ser bien explicada por la imposibilidad de transformación y por la inexistencia de predecesor inmediato: jamás podremos convertir A_1 en un infinito agregando cantidades finitas, y jamás podremos colocar el ítem inmediatamente anterior al infinito actual.

No obstante, considérese la siguiente serie:

A_2: {… e3, e2, e1}

Esta es una serie *que tiene un final, pero no tiene un comienzo*. ¿Es acaso esta serie un infinito actual? Sí, dado que los últimos tres ítems son simplemente agregados a una cantidad infinita de ítems que les han precedido. Esta serie es un infinito actual y está formado por sucesión aditiva (asumiendo que cada ítem ha sido agregado en un tiempo posterior al anterior de manera progresiva). Debe notarse que A_2 no adolece de ninguno de los problemas anteriormente planteados a la formación de un infinito actual dado A_1:

(a) *Problema de la transformación*: A_2 en ningún momento debe transformarse en un infinito actual a través de cantidades finitas. En su lugar, A_2 es una serie la cual siempre es infinita (siempre es actualmente infinita), y a A_2 siempre se le añaden nuevos ítems (ninguno de los cuales convirtió a A_2 en una serie infinita en algún punto del recorrido).

(b) *Predecesor inmediato*: A_2 tampoco requiere de un ítem inmediatamente anterior que esté precediendo al ítem infinito: cada ítem arbitrario en A_2 es un sucesor de una cantidad infinita de ítems que ya existían antes de su llegada.

A_1 es siempre una serie finita que va creciendo, aproximándose al infinito, pero jamás llegando a este. Mientras tanto, A_2 es una serie que siempre ha sido infinita, y aunque para cada particular miembro de la serie ya ha habido infinitos ítems precediéndolo, la serie aun así puede seguir creciendo de manera indefinida también (aunque no aproximándose al infinito).

Habiendo notado las asimetrías entre A_1 y A_2, ¿cuál serie formada por sucesión aditiva es más cercana a la hipótesis de RTI? La respuesta es obvia: A_2. Un pasado infinito es un pasado sin comienzo, no es una serie de eventos que empezó y, en algún punto llegó a convertirse en infinita. En su lugar, un pasado infinito es una serie de eventos que siempre ha sido infinita y, para cada evento temporal x aleatorio, ya le han antecedido una cantidad infinita de eventos temporales, los cuales llegaron antes que x. Esto notó Draper:

> Si bien es cierto que no se puede empezar con una colección finita y luego, añadiendo un nuevo miembro a la vez, convertirla en una colección infinita (sin importar cuánto tiempo se tenga disponible), nada de eso se

> requiere para que el pasado sea infinito. Porque si la regresión temporal de los eventos es infinita, entonces el universo nunca ha tenido un número finito de eventos pasados. Más bien, siempre ha sido el caso que la colección de eventos pasados es infinita. Por lo tanto, si la regresión temporal de los eventos es infinita, entonces la serie temporal de eventos no es una colección infinita formada por adición sucesiva a una colección finita. Más bien, es una colección formada por sucesión aditiva a una colección infinita. Y seguramente no es imposible formar una colección infinita por sucesión aditiva a una colección ya infinita (Draper, 2014, p. 191).

Si estas observaciones son acertadas, el argumento de la sucesión aditiva no permite inferir que una serie del tipo A_2 sería imposible dadas las dificultades que adolece A_1, eso sería un *non sequitur* debido a que hay diferencias relevantes que hacen asimétricos a A_1 con respecto a A_2. Por lo tanto, incluso aceptando que una serie por sucesión aditiva como A_1 no pueda ser actualmente infinita, esto no implica que haya impedimento alguno para que una serie por sucesión aditiva como A_2 pueda ser actualmente infinita.

2.3. Contador inmortal

Imaginemos un contador de números llamado Jack, el cual ha venido contando durante toda la eternidad una cantidad infinita de números. Digamos que al día de hoy finaliza su conteo llegando a -1 (precedido por una cantidad infinita de números previos contados anteriormente: -2, -3, -4…). Aquí uno se puede preguntar por qué ha finalizado el conteo hoy en lugar de ayer, después de todo, ayer también había contado una cantidad infinita de números. Sin embargo, se puede señalar que no hay una posible explicación contrastiva de por qué finalizó ahora en lugar de haber finalizado ayer (Craig & Sinclair, 2009, pp. 121-124). El argumento, formalmente, podría ir de la siguiente manera:

> P1. Si Jack hubiese terminado un conteo infinito el día de hoy, entonces debería haber una explicación contrastiva posible de por qué terminó de contar hoy en lugar de ayer.
> P2. Pero no hay una explicación contrastiva posible de por qué terminó de contar hoy en lugar de ayer.
> C. No puede haber un conteo infinito terminado el día de hoy.[15]

[15] Este argumento ya no es el argumento de la sucesión aditiva, en su lugar, es un argumento que busca mostrar un conflicto entre un pasado infinito con el PRS. Aun así, lo he tomado en consideración por estar dialécticamente relacionados de forma usual en

Si un pasado infinito implicara la posibilidad de tal escenario, al ser dicho escenario imposible el pasado infinito también lo sería. Este argumento también es poco persuasivo por cuatro puntos críticos.

2.3.1. Réplica #1: Reductibilidad contrastiva

Dentro de la literatura sobre los enunciados explicativos, existe una larga discusión sobre las *proposiciones contrastivas* y las *explicaciones contrastivas*[16]. Una proposición contrastiva es aquel tipo de proposición en la que se referencia la ocurrencia de un evento q en lugar de un evento p. O, como Rdzak (2021) sugiere: "Una proposición contrastiva toma la forma 'q en lugar de p', donde q y p son alternativas relevantes, y q es verdadero y p es falso [...]" (p. 210). A su vez, una explicación contrastiva es aquella proposición que explica dicha proposición contrastiva.

Como se ha denotado en el argumento del contador inmortal, es posible abstraer la proposición contrastiva dentro del razonamiento. Esto se hace evidente en P1, que depende de la veracidad de la proposición

R: Jack terminó de contar hoy *en lugar* de ayer.

Siendo R una proposición contrastiva. Lo que se demanda con el argumento anteriormente mencionado es una explicación a R; una explicación contrastiva. Sin embargo, hay autores que han argüido que *todas* las proposiciones que presuntamente son contrastivas, realmente no poseen naturaleza contrastiva, y que, de hecho, es posible dar una explicación reduccionista y no contrastiva a todas estas, simplemente mostrando la incompatibilidad que hay entre las alternativas que pudieron haber ocurrido (pero no ocurrieron) y la que realmente ocurrió (en contraste a las alternativas). Por ejemplo, Pruss (2009) nota que las proposiciones contrastivas, díganse R, del tipo "q en lugar de p" son reducibles a una conjunción del tipo "q & ~p". Esto debido a que R es verdad, si y solo si, q es verdad y p es falso. No hay un contenido más profundo para R:

> [...] cuando hacemos una afirmación contrastiva [...] Estamos afirmando una proposición con un "en lugar de" conectivo de verdad funcional, por ejemplo, que el electrón subió en lugar de bajar, y llamando la atención del oyente sobre el contraste entre las dos afirmaciones unidas por el conectivo de verdad funcional. La proposición afirmada, sin embargo,

el contexto del argumento de la sucesión aditiva.

[16] Para un panorama detallado de esta discusión, revisar Hitchcock (2013).

> no es de naturaleza contrastiva y puede explicarse directamente. [...] Entonces, si la proposición r se expresa como “q en lugar de p”, entonces, necesariamente, r se cumple si y solo si q & ~p. Creo que lo más sencillo es suponer que r es en realidad la misma proposición que q & ~p (Pruss, 2009, pp. 59-60).

En dicho caso, una proposición contrastiva R no requiere mayor explicación además de explicar por qué se da q, y mostrar la incompatibilidad de p dado q. Por ejemplo, ante un evento indeterminista cuántico de un electrón yéndose para arriba en lugar de abajo, la explicación suficiente para esta proposición contrastiva R consiste en explicar por qué el electrón se fue arriba, y mostrar que es incompatible el irse arriba con el irse abajo. De manera similar, la explicación a la proposición “Jack acabó de contar hoy en lugar de ayer”, es simplemente puntualizar por qué contó -1 hoy (a saber, porque ayer contó -2), y notar que es incompatible el contar -1 hoy con el contar -1 ayer. Esto habría explicado de forma suficiente q & ~p, y por lo tanto R (asumiendo que es posible mostrar que las proposiciones contrastivas son perfectamente reductibles de la manera esbozada en esta sección).

2.3.2. Réplica #2: PRS demasiado restrictivo

¿Por qué debería haber una razón por la cual el conteo de Jack haya terminado hoy en lugar de ayer? ¿Por qué este no podría ser un *hecho bruto*[17]? Si la existencia de hechos brutos no supone ningún inconveniente metafísico particular, no habría razón alguna para descartar cualquier postura filosófica que implique la posibilidad de su existencia (esto incluye el hipotético caso en el que la existencia de un pasado infinito implique que ese sea el caso)[18]. ¿Cuál es el problema con cruzar los brazos y exclamar que no hay una explicación?

El problema central es que la existencia de hechos brutos violenta el principio de razón suficiente (PRS). La manera adecuada para precisar y formular el PRS es controvertida y se ha discutido arduamente en la academia[19]. Sin embargo, una formulación estándar y que es pertinente para el presente contexto, es la siguiente:

[17] Entre filósofos analíticos, usualmente se entiende un *hecho bruto* como un hecho sin explicación (Mulligan & Correia, 2021).

[18] No solo esto; algunos filósofos se han mostrado favorables a la existencia de hechos brutos (Geach, 1969; Markosian, 1998; Dasgupta, 2016).

[19] Ejemplos notables se encuentran en Davis (1999), Smith (1995), Pruss (2006) Craig (2008), Rasmussen (2011) y Swinburne (2016). Para una discusión del PRS en el debate de la existencia de Dios, se puede ver Leon (2019).

PRS*: Para cada proposición P, hay una proposición Q, y Q explica por qué es el caso que P y no de otra manera.[20]

En otros términos, PRS* afirma que siempre hay una explicación para cada proposición P, una explicación que esclarece por qué es el caso que P, y no de otra forma. Por ejemplo, ante la proposición:

P: Hay 5 bolas rojas en la estantería.

PRS* demanda que haya una explicación para P, pero, además, que dicha explicación diga por qué P es como es, y no de otra forma (por qué hay 5 bolas rojas en lugar de 4, por qué en la estantería y no en la mesa, etc.). Es evidente que PRS* es un tipo de PRS que demanda explicaciones contrastivas. Siendo ese el caso, es perfectamente natural que ante la proposición:

P*: Jack finalizó el conteo hoy.

sea completamente legitimo afirmar, dado PRS*, que hay una explicación por la cual P* es como es, y no de otra forma (a saber: por qué finalizó hoy en lugar de ayer, por qué finalizó hoy en lugar de mañana, etcétera).

No voy a sugerir que uno debe rechazar *cualquier tipo* de PRS. Lo que diré, en su lugar, es que hay excelentes motivos para rechazar PRS*, y es por una razón: es demasiado restrictivo. No hay espacio suficiente para desarrollar esta cuestión, pero hay diversos problemas relacionados a aquellos PRS que exigen explicaciones contrastivas, en las que el *explanans* Q determina que el *explanandum* P sea como es, y no de otra forma. Estos problemas han sido explorados ampliamente en la literatura, a saber, la incompatibilidad con eventos no deterministas (Oppy & Pearce, 2021, pp. 111-112), contraejemplos relacionados al libre albedrío (Craig, 2017), el problema de la gran conjunción contingente (Van Inwagen, 2014 pp. 164-180), la insuficiencia de atender explicaciones probabilísticas (Pruss, 2006, pp. 106-107), entre otras[21]. Todo esto constituye un caso acumulativo en contra de un PRS que demande explicaciones determinantes y contrastivas.

Se podría objetar que el argumento no tiene por qué presuponer el PRS, que no es necesario asumir que *todos los hechos* deben tener una explicación; simplemente que *este hecho particular* (el que Jack terminó de

[20] Esto es, más o menos, lo que se suele entender que Leibniz tenía en mente cuando presenta por primera vez el PRS (McAllister, 2010).

[21] Pruss (2006, pp. 97-170) es la mejor discusión critica con respecto a un PRS que adopte la estructura de PRS*. Otra discusión crítica a PRS* se encuentra en Oppy (2006, pp. 275-290).

contar hoy en lugar de ayer) debe tener una explicación.[22] Esta objeción me parece improcedente. Hay tres posibles actitudes que podemos adoptar con respecto al PRS:

(1) El PRS es verdadero.
(2) El PRS es falso.
(3) No aseverar la veracidad ni la falsedad del PRS.

Asumamos que no optamos por (1). Vamos por (2). ¿Qué sucede si asumimos que el PRS es falso? Si este fuera el caso, estaríamos aseverando que *es posible que no todas las proposiciones posean una explicación* (es decir: los hechos brutos son posibles). Si estamos asumiendo que esta es una posibilidad metafísica real, entonces, ante un caso como el del contado inmortal, simplemente habríamos *descubierto* la existencia de un hecho bruto; dado que estamos asumiendo que esta era una posibilidad real, no hay razón prima facie para descartar el escenario anteriormente descrito como una conclusión repugnante. Nuestra reacción debería ser: "*¡Eureka!* Hemos encontrado un argumento convincente en favor de la existencia de hechos brutos", en lugar de considerar que este un problema.

Si optamos por (3), las cosas no son mucho mejores. Si *no aseveramos* la veracidad del PRS, pero *tampoco la negamos*, sería porque estamos en un estado de imparcialidad con respecto a si los hechos brutos son posibles o no. Por su lado, ¿qué sucedería si encontráramos convincente la idea de que, si el pasado es infinito, entonces un hecho bruto como el del contador inmortal sería posible? En dicho caso, ante la plausibilidad de la veracidad de esta premisa, y sumado a nuestra imparcialidad con respecto a la existencia de hechos brutos, lo que tendríamos sería *un argumento a favor de la existencia de hechos brutos*. Si permanecemos imparciales con respecto a la existencia de hechos brutos, y estamos frente a un argumento convincente que concluye en la posibilidad de su existencia, entonces el caso del contador debería ser, simplemente, una *buena razón* para pensar que el PRS es falso, y que los hechos brutos son posibles.[23] Claramente, también podríamos negar que el pasado es infinito, pero esto es precisamente lo que se busca argumentar de manera persuasiva. No sería (prima facie) más razonable rechazar el PRS que la posibilidad de un pasado infinito; simple-

[22] Agradezco al revisor anónimo que sugirió esta posible objeción.

[23] Esta es la manera natural en la que un agnóstico sobre cualquier postura X debería proceder ante un argumento convincente: dada la imparcialidad con respecto a rechazar o aceptar X, un argumento convincente en favor de X debería inclinar al agnóstico a aceptar X (o, como mínimo, no verlo como un *problema*, sino como una *buena razón* para aceptar X).

mente no se habría dado una razón para favorecer a una u otra postura, y eso es lo que se pretendía hacer con el argumento del contador inmortal.

La única manera de asegurar que el caso del contador no puede ser un *descubrimiento de un hecho bruto*, ni una *evidencia en favor de los hechos brutos*, es partir aceptando que no pueden existir hechos brutos. Pero esto ya implica aseverar el PRS (y, para que el argumento funcione, PRS*). Por lo tanto, no basta con decir que solo se requiere que este hecho particular tenga una explicación: se requiere explicitar por qué sería problemático metafísicamente que este hecho particular no tuviese una explicación, cosa que solo se puede asegurar aseverando (1).

2.3.3. Réplica #3: Tiempo relacional vs Sustantivo

Finalmente, y de manera más importante, debe apuntarse que el argumento depende de cuál postura se adopte con respecto a la ontología del tiempo, particularmente, si es que el tiempo es sustantivo o relacional. El debate, *grosso modo*, consiste en cuál es la relación entre el tiempo y los eventos. Aquellos que suscriben a una *teoría relacional del tiempo* señalan que el tiempo no es más que el devenir de los eventos (el tiempo no tiene existencia ontológica más allá de los eventos: el tiempo es, simplemente, la sucesión de eventos)[24]. Por otro lado, aquellos que suscriben a una teoría sustantiva del tiempo señalan que el tiempo existe de manera independiente a los eventos (el tiempo es, por así decirlo, el "contenedor de los eventos[25]).

Morriston (2003, pp. 291-295) ha argumentado que este debate es sumamente relevante para este argumento. Por simplicidad, considérese cada *evento* particular de Jack diciendo en voz alta un número al día como E_n. Mientras tanto, considérese cada *tiempo* en el que Jack cuenta en voz alta un número como $T_{n.}$ Dada esta notación, se nos plantea que la estructura de coordinación de cada una de estas variables ocurre de la siguiente manera:

$$E: <\ldots E_n \ldots, E_{-3}, E_{-2}, E_{-1}>$$
$$T: <\ldots T_n \ldots, T_{-3}, T_{-2}, T_{-1}>$$

En donde cada evento E_n se corresponde con un tiempo T_n. La pregunta que se nos hace es, entonces, por qué la estructura que posee el conteo de Jack es la anterior, y por qué no es la siguiente:

[24] Para una caracterización exhaustiva y detallada de las teorías relacionales del tiempo, revisar Slavov (2022).

[25] La analogia del contenedor de eventos es empleada por Benovsky (2010).

E: <… E_n…, E_{-3}, E_{-2}, E_{-1}>
T: <… T_n…, T_{-3}, T_{-2}, T_{-1}>

En donde cada evento ocurre en un tiempo distinto al que originalmente se tenía (E_{-1} ocurre en T_{-2} en lugar de T_{-1}, E_{-2} en T_{-3} en lugar de T_{-2}, etc.). La interrogante que se nos plantea es: ¿Por qué es el caso que E_{-1} termina en T_{-1} y no en T_{-2} (o en cualquier otro tiempo)?

La cuestión que se puede apreciar aquí, como se advirtió al principio, es que esto depende de que los eventos asignados con la variable E_n sean, realmente, entidades independientes y distintas del tiempo, es decir, se requiere la veracidad de la teoría sustantiva del tiempo[26]. Debe decirse que el mismo Craig (2012) ha rechazado de manera explícita las teorías sustantivas del tiempo. Sin embargo, y más que cuestionar la coherencia de los proponentes del ACK con otras posturas metafísicas, quisiera notar un dilema por el cual se ve amenazado el mismo ACK cuando se asume la veracidad de las teorías sustantivas del tiempo.

El ACK concluye que el universo comenzó a existir. Algunos críticos se han mostrado intrigados por el hecho de que la conclusión del mismo argumento parece denotar que en un T_1 inicial no existía el universo, y, después de la acción creativa de Dios, en un T_2 posterior a T_1, el universo comenzó a existir (cf. Leftow, 1991, pp. 273-273; Bobier, 2013). El problema con esta idea es que parece *presuponer* la existencia del tiempo mismo dentro de la imagen que nos acabamos de hacer con respecto a la creación: en un tiempo particular el universo no existía, y se dice que Dios lo creó porque, en un momento posterior, Dios lo hizo comenzar a existir.

Esto es un problema porque, como Bobier señala, el tiempo debería comenzar a existir con la creación del universo, de lo contrario, estaríamos aceptando que Dios no es el creador del tiempo. Esta es una dificultad grave, dado que el teísta sostiene que Dios crea todo aquello que no es él mismo:

> Para que el universo comenzara a existir, debe haber un tiempo "anterior" al evento de creación en el que el universo no existía. Pero, según CGT, el tiempo se creó junto con el universo en el Big Bang. No hubo tiempo "anterior" a la creación del universo (Bobier, 2013, p. 595).

[26] Esto hace notar Morriston (2021, p. 83) cuando escribe: "Sin embargo, suerte de magia de la teoría de conjuntos no es todo lo que se necesita para hacer tal inferencia. También debemos hacer uso de la suposición de que los tiempos en los que ocurrieron los eventos H son distintos y ontológicamente independientes de esos eventos".

En donde CGT[27] refiere a la relación de Dios con el tiempo (específicamente, a la idea de que antes de la creación de Dios no había tiempo y Dios era atemporal, y, posterior a la misma, el tiempo comenzó a existir). Siendo este un resultado aparentemente inaceptable.

Aun así, no todo está perdido. Craig (2013b) tiene una respuesta efectiva para este dilema: este argumento presupone que el tiempo es algo más allá del flujo de un evento tras otro (y, en consecuencia, presupone la falsedad de la teoría relacional del tiempo):

> El supuesto clave que subyace a la objeción, es que presupone la verdad de la visión sustantiva del tiempo, pues supone que el tiempo es explicativamente previo a la ocurrencia de los eventos. Supone que para que los eventos ocurran, el tiempo debe, por así decirlo, ya estar ahí. Pero en una concepción relacional eso es falso. El tiempo existe porque los eventos ocurren. La realidad de los eventos es explicativamente previa a la existencia del tiempo.
> Por lo tanto, en una concepción relacional del tiempo, Dios existiendo inmutablemente sin creación sería atemporal. Como mostró correctamente Leibniz, el tiempo surge con la ocurrencia del primer acontecimiento, el acto de creación de Dios. El tiempo comienza a existir porque ocurre un acontecimiento (Craig, 2013b).

El razonamiento parece ser el siguiente: previo a la creación, no había un flujo de eventos; el único evento (por llamarlo así), era Dios existiendo en un estado de quietud. En ese sentido, se dice que no había tiempo antes de la creación, no había un transcurso de eventos (plurales) del tipo: t_1, t_2, t_3, etc. No obstante, luego de la creación, el tiempo comienza a existir, esto debido a que el segundo evento distinto y posterior al de la quietud atemporal divina que lo precedía, comienza a existir. Dado que el tiempo es tan solo dicho flujo de eventos (y no algo ulterior o más fundamental), se dice que no es necesario presuponer tiempo alguno para encontrar sentido en la conclusión del ACK.

Considero esta respuesta bastante satisfactoria. Sin embargo, es difícil reconciliar este hecho con el caso del contador inmortal; la objeción entera parece presuponer que la teoría relacional del tiempo es falsa, y que es posible que los eventos de conteo hayan sucedido en tiempos distintos a los que realmente sucedieron (como si fueran cosas independientes y distintas los eventos y el tiempo). Es entonces cuando surge el dilema: o se adopta una visión relacional del tiempo para evitar una crítica común al ACK (y el

[27] Bobier entiende por CGT el lema anglosajón: *Craig's God and time view.*

argumento del contador inmortal pierde sustento metafísico), o se adopta una visión sustantiva del tiempo para proveer de sustento metafísico al argumento del contador inmortal (pero el ACK es vulnerable a las críticas anteriormente referidas). En cualquier caso, se pone en serias dudas la consistencia de ambas líneas argumentativas en el contexto del ACK.

3. Conclusiones

He analizado dos estilos de argumentación en contra de una regresión temporal infinita: el argumento en contra de la posibilidad de un infinito actual real, y el argumento de la imposibilidad de formar un infinito actual mediante sucesión aditiva. Tras explorar sus principales falencias, he concluido que estos argumentos son insatisfactorios. El argumento de la imposibilidad de un infinito actual real adolece del problema de la generalización apresurada, quedando inhabilitado para extender sus conclusiones a todos los infinitos actuales, y particularmente a los eventos temporales. Otros problemas relacionados, como la intuición de absurdo o los relativos a las operaciones matemáticas y axiomas fundamentales, tampoco son convincentes, ya que existen respuestas lo suficientemente contundentes para bloquear las implicancias problemáticas. A su vez, el argumento de la sucesión aditiva entraña un *non sequitur*, no pudiendo inferir la imposibilidad de formar un infinito en una serie sin comienzo a partir de la imposibilidad aparente de formar un infinito actual en una serie con un comienzo. Argumentos supletorios, como los del contador inmortal, tampoco son satisfactorios. Se muestra, entonces, que el ACK no está adecuadamente motivado en cuanto a su segunda premisa.

Referencias

Almeida, M. (2018). *Cosmological arguments*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781108675604

Benovsky, J. (2010). The relationist and substantivalist theories of time: Foes or friends? *European Journal of Philosophy, 19*(4), 491-506. https://doi.org/10.1111/j.1468-0378.2010.00396.x

Bobier, C. (2013). God, time and the Kalām cosmological argument. *Sophia, 52*(4), 593-600. https://doi.org/10.1007/s11841-013-0362-4

Cohen, Y. (2015). Endless future: A persistent thorn in the Kalām cosmological argument. *Philosophical Papers, 44*(2), 165-187. https://doi.org/10.1080/05568641.2015.1056961

Collins, R. (2009). The teleological argument: An exploration of the fine-tuning of the universe. En *The Blackwell companion to natural theology* (pp.

202-281). Wiley-Blackwell. https://doi.org/10.1002/9781444308334.ch4

Craig, W. (1979). *The Kalam cosmological argument.* Macmillian.

Craig, W. (2008). *Reasonable faith: Christian truth and apologetics* (3a. ed.). Crossway.

Craig, W. (Invitado), & Harris, K. (Anfitrión). (2009, Abril 13). Debate on the Kalam argument [Podcast de audio]. Reasonable Faith. https://www.reasonablefaith.org/media/reasonable-faith-podcast/debate-on-the-kalam-argument

Craig, W. (2012). The Kalam cosmological argument. *Reasonable Faith.* https://www.reasonablefaith.org/writings/popular-writings/existence-natureof-god/the-kalam-cosmological-argument

Craig, W. (2013a). Cosmological argument. En J. P. Moreland, Ch. Meister & K. A. Sweis (Eds.). *Debating Christian theism* (pp. 7-19). Oxford University Press.

Craig, W. (2013b). God's creation of time. *Reasonable Faith*. https://www.reasonablefaith.org/writings/question-answer/gods-creation-of-time

Craig, W. (2017). Brute Facts and the Argument from Contingent Beings. *Reasonable Faith.* https://www.reasonablefaith.org/writings/question-answer/brute-facts-and-the-argument-from-contingent-beings

Craig, W., & Sinclair, J. (2009). The *Kalam* cosmological argument. En *The Blackwell companion to natural theology* (pp. 101-201). Wiley-Blackwell. https://doi.org/10.1002/9781444308334.ch3

Dasgupta. S. (2016). Metaphysical rationalism. *Noûs, 50*(2), 379-418. https://doi.org/10.1111/nous.12082

Davis, S. T. (1999). The cosmological argument and the epistemic status of belief in God. *Philosophia Christi, 1*(1), 5-15. https://doi.org/10.5840/pc1999112

Draper, P. (2014). A critique of the Kalam cosmological argument. En R. Michael & P. Louis (Eds.), *Philosophy of religion: An anthology* (7a. ed., pp. 189-194). Cengage Learning.

Erasmus, J. (2018). *The Kalam cosmological argument: A reassessment*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73438-5

Fugate, C. (2021). Kant's philosophy of religion. En E. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2022 ed.). https://plato.stanford.edu/archives/sum2022/entries/kantreligion/

Geach, P. (1969). *God and the soul*. Routledge & Kegan Paul.

Hackett, S. C. (1957). The resurrection of theism. Moody Press.

Hedrick, L. (2014). Heartbreak at Hilbert's Hotel. *Religious Studies, 50*(1), 27-46. https://doi.org/10.1017/S0034412513000140

Hitchcock, C. (2013). Contrastive explanation. En M. Blaauw (Ed.). *Contrastivism in philosophy*. Routledge/Taylor & Francis Group.

https://doi.org/10.4324/9780203117477
Leftow, B. (1991). *Time and eternity*. Cornell University Press.
Leon, F. (2019). Causation and sufficient reason (Atheism). En G. Oppy & W. Koterski, *Theism and atheism: Opposing viewpoints in philosophy* (pp. 281-300). Macmillan Reference.
Leon, F. (2024). The problem of creation ex nihilo: A new argument against classical theism. En M. Szatkowski, *Ontology of Divinity* (pp. 291-304). De Gruyter.
Loke, A. (2014). No heartbreak at Hilbert's Hotel: A reply to Landon Hedrick. *Religious Studies*, *50*(1), 47-50. https://doi.org/10.1017/S0034412513000346
Loke, A. (2017). *God and ultimate origins: A novel cosmological argument*. Palgrave Macmillan. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57547-6
Malpass, A. (2022). All the time in the world. *Mind, 131*(523), 786-804. https://doi.org/10.1093/mind/fzaa086
Malpass, A. & Morriston, W. (2020). Endless and infinite. *Philosophical Quarterly, 70*(281), 830-849. https://doi.org/10.1093/pq/pqaa005
Markosian. N. (1998). Brutal composition. *Philosophical Studies, 92*(3), 211-249. https://doi.org/10.1023/A:1004267523392
McAllister, B. (2010). The principle of sufficient reason and free will. *Stance, 3*(1), 1-8. https://doi.org/10.5840/stance201031
Morriston, W. (2002). Craig on the actual infinite. *Religious Studies* 38(2): 147-166. https://doi.org/10.5840/faithphil200219218
Morriston, W. (2003). Must metaphysical time have a beginning? *Faith and Philosophy, 20* (3), 288-306. https://doi.org/10.5840/faithphil200320338
Morriston, W. (2010). Beginningless past, endless future, and the actual infinite. *Faith and Philosophy, 27*(4), 439-450. https://doi.org/10.0.22.208/faithphil201027444
Morriston, W. (2013). Doubs about the Kalam cosmological argument. En J. P. Moreland, Ch. Meister & K. A. Sweis (Eds.). *Debating Christian theism* (pp. 20-32). Oxford University Press.
Morriston, W. (2021). Infinity, time, and successive addition. *Australasian Journal of Philosophy, 100*(1), 70-85. https://doi.org/10.1080/00048402.2020.1865426
Mulligan, K., & Correia, F. (2021). Facts. En E. Zalta (Ed.)*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2021 ed.). https://plato.stanford.edu/archives/win2021/entries/facts/
Oderberg, D. (2002). Traversal of the infinite, the "Big Bang," and the Kalam cosmological argument. *Philosophia Christi, 4*(2), 303-334. https://doi.org/10.5840/pc20024236

Oppy, G. (2001). Time, successive addition, and Kalam cosmological arguments. *Philosophia Christi, 3*(1), 181-192. https://doi.org/10.5840/pc20013112

Oppy, G. (2006). *Philosophical perspectives on infinity*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511498985

Oppy, G., & Pearce, K. (2021). *Is there a God?: A debate*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003216797

Pruss, A. (2009). The Leibnizian cosmological argument. En *The Blackwell companion to natural theology* (pp. 24-100). Wiley-Blackwell.

Pruss, A. (2006). *The principle of sufficient reason: A reassessment*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511498992

Pruss, A. (2018). *Infinity, causation and paradox*. Oxford University Press.

Puryear, S. (2014). Finitism and the beginning of the universe. *Australasian Journal of Philosophy, 92*(4), 619-629. https://doi.org/10.1080/00048402.2014.949804

Rasmussen, J. (2011). Cosmological arguments from contingency. *Philosophy Compass, 5*(9), 806-819. https://doi.org/10.1111/j.1747-9991.2010.00321.x

Rdzak, B. (2021). The principle of sufficient reason and libertarianism: A critique of Pruss. *Philosophia, 50*(1), 201-216. https://doi.org/10.1007/s11406-021-00364-0

Slavov, M. (2022). *Relational passage of time*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003224235

Smith, Q. (1995). A defense of a principle of sufficient reason. *Metaphilosophy, 26*(1-2), 97-106. https://doi.org/10.1111/j.1467-9973.1995.tb00558.x

Swinburne, R. (2016). *The coherence of theism* (2a. ed.). Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198779698.001.0001

Swingrover, L. (2014). Difficulties with William Lane Craig's arguments for finitism. Academia. https://www.academia.edu/7068171/Difficulties_With_William_Lane_Craigs_Arguments_for_Finitism

Van Inwagen, P. (2014). *Metaphysics* (4ª. ed.) Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429495021

Recibido el 14 de septiembre de 2024; revisado el 11 de marzo de 2025; aceptado el 29 de abril de 2025.